HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015

MÔN: Toán

Câu 1

Khảo sát hàm số

1.TẬP XÁC ĐỊNH: D = (-∞ ;+∞)

2. SỰ BIẾN THIÊN

a) Đạo hàm

y' = $3x^2 - 3$

y' = 0 <=> x = -1 ; x = 1 ;

=> Hàm số đạt cực trị tại: A (-1 ; 2), B (1 ; -2)

b) Giới hạn và các đường tiệm cận

+ Giới hạn tại vô cực

lim y (x=>∞) = +∞

lim y (x=>-∞) = -∞

c) Bảng biến thiên

x	-∞		-1		1		+∞
y'	+∞	+	0	-	0	+	+∞
y			2				+∞
		↗		↘		↗	
	-∞				-2		

d) Chiều biến thiên và các cực trị

+ Hàm số đồng biến trên (-∞; -1)

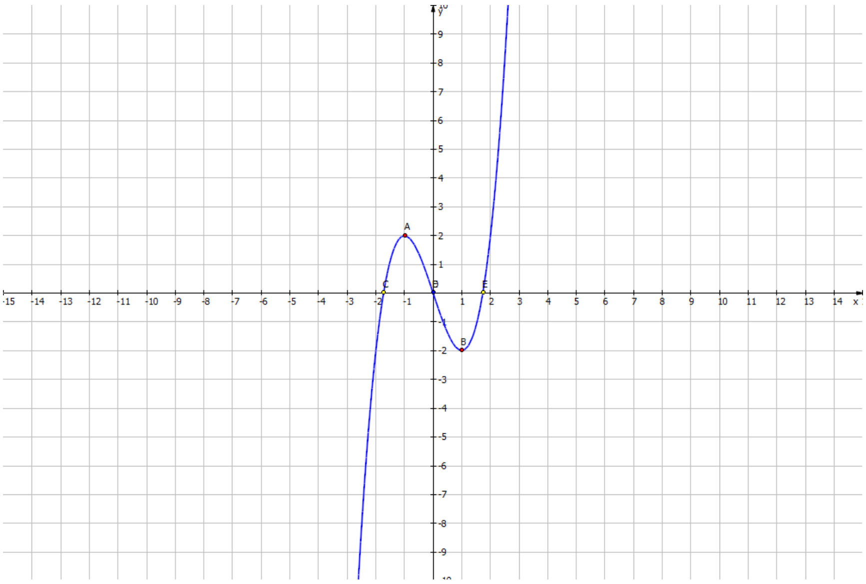
+ Hàm số nghịch biến trên (-1 ; 1)

+ Hàm số đồng biến trên (1 ; +∞)

+ Hàm số đạt cực đại x = -1; giá trị cực đại của hàm số là y = 2

+ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x = 1; giá trị cực tiểu của hàm số là y = -2

3.ĐỒ THỊ



Câu 2

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$f(1) = 5,\ f(2) = 4,\ f(3) = \frac{13}{3}$

$\Rightarrow \min f(x) = f(2) = 4$

$\Rightarrow \max f(x) = f(1) = 5$

<u>Kết luận:</u> Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4 xảy ra khi x=2 và giá trị lớn nhất của hàm số là 5 xảy ra khi x=1

Câu 3

a.Từ phương trình đã cho ta có:

$(1-i)z - 1 + 5i = 0$

$\Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} = 3 - 2i$

Vậy phần thực là: 3, phần ảo là: -2

b.Ta có phương trình:

$\log_2 (x^2 + x + 2) = 3$

Điều kiện $x^2 + x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

(*) $\Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 2^3$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 8$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 2 \end{array} \right.$

Vậy phương trình có nghiệm là x = -3 và x =2

Câu 4

$$I=\int_0^1 (x-3)e^x dx$$

$$\left.\begin{array}{l} u=x-3 \\ dv=e^x dx \end{array}\right\} \Rightarrow du=dx, v=e^x$$

$$\Rightarrow I=(x-3)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^x dx=(x-3)e^x\Big|_0^1-e^x\Big|_0^1=4-3e$$

Kết luận: I = 4-3e

Câu 5

$\overrightarrow{AB}=(1;3;2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+3t \\ z=1+2t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

Gọi $I=AB\cap(P) \Rightarrow I(1+t;-2+3t;1+2t)$

Ta có (P): x-y+2z-3=0 nên $I\in(P)\Rightarrow 1+t-(-2+3t)+2(1+2t)-3=0 \Leftrightarrow t=-1$

Với t = -1 ta có I (0;-5;-1).

Kết luận: Vậy I (0;-5;-1).

Câu 6

a. Ta có: $\sin a=\dfrac{2}{3}$

$$P=(1-3\cos 2a)(2+3\cos 2a)$$

$$=\left(1-3\left(1-2\sin^2 a\right)\right)\left(2+3\left(1-2\sin^2 a\right)\right)$$

$$=\left(1-3\left(1-2\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)\right)\left(2+3\left(1-2\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)\right)$$

$$=\frac{14}{9}$$

b. Tổng số đội ý tế: 5+20=25 đội

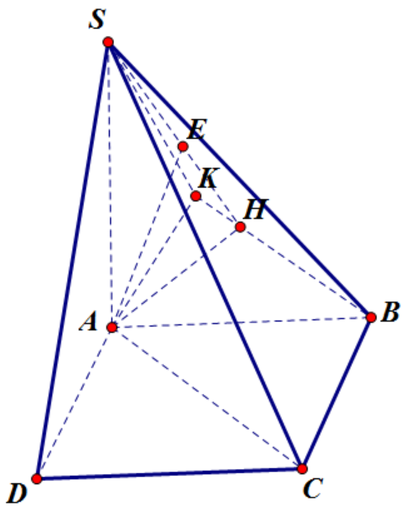
Xét phép thử "chọn 3 đội từ 25 đội kiểm tra công tác chuẩn bị y tế "

⇨ $|\Omega|=C_{25}^3=2300$

Xét biến cố A ="Lấy ít nhất 2 đội của trung tâm y tế cơ sở " = $|\Omega_A|=C_{20}^2.C_5^1+C_{20}^3=950+1140=2090$

Xác suất để có ít nhất 2 đội cơ sở được chọn: $\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{209}{230}$

Câu 7



Ta có: SA $\perp$ ABCD
AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD)
=> Góc $SCA = 45^0$ là góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD)
ABCD là hình vuông cạnh a

=> $\begin{cases} AC = a\sqrt{2} \\ S_{ABCD} = a^2 \end{cases}$

SAC vuông tại A, Góc $SCA = 45^0$ => SA=AC= $a\sqrt{2}$

=> $V_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$

Dựng hình bình hành ACBK
=> AC//BK => AC//(SBK) => d(AC, SB)=d(AC, (SBK)) = d (A, (SBK))
Từ A kẻ AH $\perp$ BK.
Kẻ AE $\perp$ SH (1)
=> BK $\perp$ (SAH) => BK $\perp$ AE (2)
Từ (1) và (2) => AE = d(A, (SBK))
Ta có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{AH^2}$$

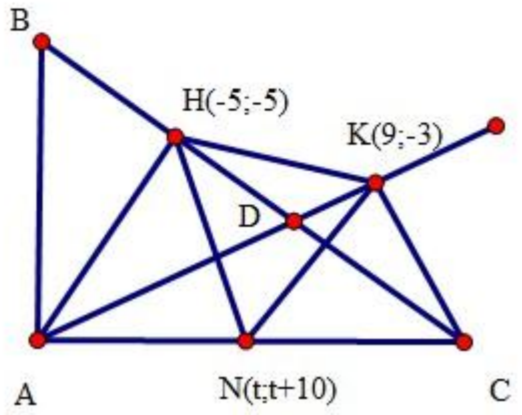
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2}$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

$$=> AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$

Vậy d(AC, SB) = $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 8



Gọi N là trung điểm của AC
N thuộc đường thẳng d: x-y+10=0 => N(t;t+10)
Tứ giác HKCA có ∠AHC=∠AKC=90° nên N là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác HKCA
=> NH=NK <=> $(t+5)^2+(t+15)^2=(t-9)^2+(t+13)^2$ <=> t=0
=> N(0;10) => phương trình đường tròn ngoại tiếp HKCA là: $x^2+(y-10)^2=250$ (1)
Ta chứng minh NH⊥AD
AH vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của tam giác ABD nên tg ABD cân tại A =>∠ADB=∠ABC
NH=NC(=R) nên ∠NHC=∠NCH
do đó, ∠ADB+∠NHC=∠ABC+∠NCH=90°
Áp dụng: NH=(5;15) => $n_{\overline{AD}}$ =(1;3), AD qua K(9;-3) nên phương trình AD: (x-9)+3(y+3)=0 ⇔ (AD): x+3y=0 (2)
Từ (1) và (2) suy ra tọa độ điểm A thỏa mãn hệ
=> A(-15;5) hoặc A(9;-3) (loại do A trùng K)
Kết luận: Vậy ta có 1 điểm A (-15;5)

Câu 9

ĐK: $x\ge -2$

$$\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)(\sqrt{x+2}-2)$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+2x-8\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(x^2-2x+3\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x+4\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(x^2-2x+3\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \left(x+4\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=\left(x+1\right)\left(x^2-2x+3\right) \end{array}\right.$$

$$\left(x+2+2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=\left[\left(x-1\right)^2+2\right]\left[\left(x-1\right)+2\right](*)$$

$$f\left(t\right)=\left(t^2+2\right)\left(t+2\right)$$

$$f'\left(t\right)=3t^2+4t+2>0$$

Vậy $(*) \Rightarrow f\left(\sqrt{x+2}\right) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$

Vậy nghiệm của phương trình là : x=2, $x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$

Câu 10:

Từ đề bài ta có : $\begin{cases} (a-1)(b-1)(c-1) \ge 0 \Rightarrow abc \ge ab+bc+ac-5 \\ (3-a)(3-b)(3-c) \ge 0 \Rightarrow abc \le 3\left(ab+bc+ac\right)-27 \\ ab+bc+ca \le \frac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2 \end{cases}$

Từ đây ta suy ra : $\begin{cases} abc \ge ab+bc+ca-5 \\ 11 \le ab+bc+ca \le 12 \end{cases}$

Khi đó ta sẽ có:

$P = ab+bc+ca+\frac{72}{ab+bc+ca}-\frac{abc}{2} \le \frac{ab+bc+ca}{2}+\frac{72}{ab+bc+ca}+\frac{5}{2}$

$P \le f(m) = \frac{m}{2}+\frac{72}{m}+\frac{5}{2}, m \in [11;12]$

$P_{max} = f(11) = \frac{160}{11}$. Khi : a,b,c là các hoán vị : 1,2,3.

Kết luận: Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{160}{11}$ .Dấu "=" xảy ra khi (a,b,c)=(1,2,3) và các hoán vị

Nguồn: Ban chuyên môn Hocmai.vn